# Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

**Αρχοντία Γιαννοπούλου**
Όλγα Φουρτουνέλλη

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

# Ώρες διδασκαλίας

Τετάρτη 11:00 - 13:00

Παρασκευή 13:00 - 15:00

# Βιβλιογραφία (Εύδοξος)


1. Th. H. Cormen, CH. E. Leiserson, R. L. Rivest and C. Stein, Introduction to algorithms, MIT- Press, 2009, 3rd edition, MIT Press.
   https://www.cup.gr/book/isagogi-stous-algorithmous/

2. Jon Kleinberg & Eva Tardos, Algorithm Design, Addison – Wesley, 2006
   https://www.cs.princeton.edu/~wayne/kleinberg-tardos/pearson/

3. S. Dasgupta, C. H. Papadimitriou & U. V. Vazirani, Algorithms, McGraw-Hill, 2008
   https://book.huihoo.com/pdf/algorithms/

# Συμπληρωματική Βιβλιογραφία

- Σημειώσεις του μαθήματος Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα από τον Β. Ζησιμόπουλο στην eclass

- Διαφάνειες του μαθήματος Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα από τον Β. Ζησιμόπουλο στην eclass

# Βαθμολογία

- Πρόοδος (Π)
- Γραπτό (Γ)

Τελικός βαθμός: $\max\{\Gamma, 0.3 \cdot \Pi + 0.7 \cdot \Gamma\}$

Ο βαθμός του γραπτού πρέπει να είναι τουλάχιστον 40% (αυστηρά).

# Συνιστώμενα Προαπαιτούμενα

- Διακριτά Μαθηματικά

- Δομές Δεδομένων και Τεχνικές Προγραμματισμού

# Από που προέρχεται η λέξη Αλγόριθμος;


Από τον Al-Khwarizmi

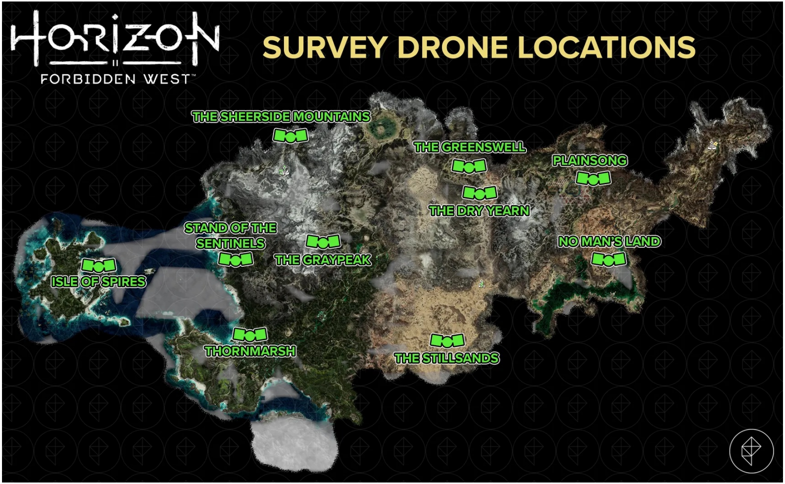
Πού μας χρησιμεύουν οι αλγόριθμοι;

*Before there were computers, there were algorithms. But now that there are computers, there are even more algorithms, and algorithms lie at the heart of computing.*

ΟΚ, αλλά γιατί να χάσω χρόνο σε ένα μάθημα Αλγορίθμων και Πολυπλοκότητας όταν μπορώ να ζητήσω από ένα LLM να μου λύσει οποιοδήποτε σχετικό πρόβλημα;

# Κοινωνικά Δίκτυα

# Επικοινωνία Drones



# Εύρεση διαδρομών

# Στο εμπόριο και τις συναλλαγές

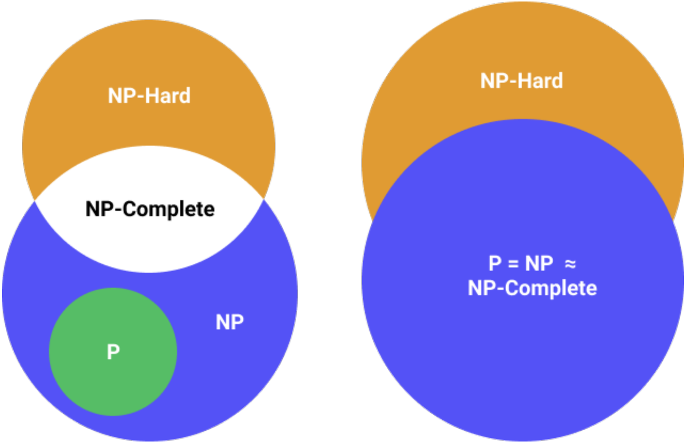
# Στόχοι

- Αποτίμηση της επίδοσης ενός αλγόριθμου
- Σύγκριση 2 αλγορίθμων που επιλύουν το ίδιο πρόβλημα
- Ανάπτυξη ενός «καλού» αλγορίθμου για ένα πρόβλημα

# Είναι όλα τα προβλήματα επιλύσιμα από έναν αλγόριθμο;

ΟΧΙ

# Υπάρχει για όλα τα επιλύσιμα προβλήματα «καλός» αλγόριθμος;



# Είναι όλοι οι αλγόριθμοι προγραμματίσιμοι;

$$\text{Πρόγραμμα} \rightarrow \text{Αλγόριθμος}$$

$$\text{Αλγόριθμος} \overset{?}{\rightarrow} \text{Πρόγραμμα}$$

Για τη συνέχεια: Αλγόριθμος $\leftrightarrow$ Πρόγραμμα

# Ψευδογλώσσα

Πίνακας Π με ονόματα σε αλφαβητική σειρά (π.χ. τηλεφωνικός κατάλογος, λεξικό, κλπ) στον οποίο αναζητούμε ένα όνομα

Αλγόριθμος$(\Pi, x)$

**Επανέλαβε**

**Σύγκριση** του αναζητούμενου με το μεσαίο στοιχείο

**Αν είναι μικρότερο** συνεχίζουμε στο πρώτο ήμισυ

**Διαφορετικά** συνεχίζουμε στο δεύτερο ήμισυ

**Έως** ($x =$ μεσαίο στοιχείο) ή ο πίνακας είναι κενός

# Απόδοση αλγορίθμου

Ένα πρόγραμμα είναι χρήσιμο όταν

- σε *λογικό* χρόνο και
- σε *λογικό* χώρο μνήμης

εξάγει το σωστό αποτέλεσμα.

Η απόδοση του αλγόριθμου μετριέται με βάση:

- Χρόνο εκτέλεσης
- Απαιτούμενη μνήμη

τα οποία αποτελούν την **πολυπλοκότητά** του.

# Δύο προβλήματα

## Πρόβλημα 1

**Είσοδος**: $n$ ακέραιοι $a_1, a_2, \ldots, a_n$.
**Ζητούμενο**: Να ταξινομήσουμε τους ακέραιους σε αύξουσα τάξη.

## Πρόβλημα 2

**Είσοδος**: $n$ αντικείμενα με αξίες $c[i]$ και όγκους $w[i]$ και ένα σακίδιο χωρητικότητας $b$.
**Ζητούμενο**: Να επιλέξουμε σύνολο αντικειμένων με τη μεγαλύτερη αξία που να χωράνε στο σακίδιο.

# Η έννοια του στιγμιοτύπου

**Πρόβλημα 1**

Το $n$ και οι ακέραιοι.

**Πρόβλημα 2**

Το $n$, τα $c[i]$, $w[i]$, και το $b$.

# Η διάσταση του προβλήματος

**Πρόβλημα 1**

Το $n$, δηλαδή το πλήθος των ακεραίων.

**Πρόβλημα 2**

Το $n$, δηλάδή το πλήθος των αντικειμένων.

# Η πολυπλοκότητα

Αποτίμηση της αποδοτικότητας του αλγόριθμου σε χρόνο και μνήμη.

- Μονάδα μέτρησης: Στοιχειώδης (ουσιώδης) πράξη, που θεωρούμε ότι γίνεται σε σταθερό χρόνο.

- Συνάρτηση της διάστασης του στιγμιοτύπου.

# Τρεις τύποι πολυπλοκότητας

- Πολυπλοκότητα στη βέλτιστη των περιπτώσεων

- Πολυπλοκότητα στη χείριστη των περιπτώσεων

- Πολυπλοκότητα κατά μέσο όρο

## Πρόβλημα

**Είσοδος**: Ένας πίνακας $S$ που αποτελείται από $n$ στοιχεία $a_1, a_2, \ldots, a_n$ και ένα στοιχείο $x$.
**Ζητούμενο**: Να απαντήσουμε αν το $x$ είναι ένα από τα στοιχεία του $S$.

## Αλγόριθμος

$i \leftarrow 1$
**Όσο** $(i \neq n+1)$ & $(a_i \neq x)$
  $i \leftarrow i+1$
**Εάν** $i > n$ τότε εκτύπωσε(όχι)
**Αλλιώς** στοιχείο $x$ στη θέση $i$.

# Διάσταση στιγμιότυπου $n$

Έστω $D_n$ το σύνολο όλων των πινάκων $n$ στοιχείων.

$C_{\beta\pi} = \min\{\text{κόστος}(d) : d \in D_n\}$ (πολυπλοκότητα βέλτιστης περίπτωσης)

$C_{\chi\pi} = \max\{\text{κόστος}(d) : d \in D_n\}$ (πολυπλοκότητα χείριστης περίπτωσης)

$$C_{\mu\pi} = \sum_{d \in D_n} p(d) \cdot \text{κόστος}(d)$$ (πολυπλοκότητα μέσης περίπτωσης)

όπου $p(d)$ είναι η πιθανότητα το δεδομένο $d$ να είναι η είσοδος του προβλήματός μας

# Αριθμητικό γινόμενο

## Αριθμητικό γινόμενο

**Είσοδος**: Δύο διανύσματα διάστασης $n$, $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ και $b = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$.
**Ζητούμενο**: Να υπολογιστεί το αριθμητικό τους γινόμενο.

## Λύση

$sp \leftarrow 0$
**Για** $k$ από 1 έως $n$
  $sp \leftarrow sp + a_k \cdot b_k$
Αριθμητικό γινόμενο $= sp$

# Πλάνο μαθήματος

Τεχνικές Σχεδιασμού Αλγορίθμων

- Διαίρει και Κυρίευε (Divide and Conquer)
- Άπληστοι Αλγόριθμοι (Greedy Algorithms)
- Δυναμικός Προγραμματισμός (Dynamic Programming)